Lycée Secondaire Ibn Charaf ◈◈◈ **Devoir de contrôle n° 3**	Épreuve : **Mathématiques**	
	Durée : **2 H**	
	Coefficient : **3**	
Section : **4ème Sciences expérimentales 1&2**	Année Scolaire : **2015-2016**	Prof./ **Maayoufi**

Le sujet comporte deux pages numérotées de 1/2 à 2/2. Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction. Le barème est approximatif.

Exercice 1 (4points)

Partie I :

Indiquer, en le justifiant, la réponse exacte :

1) Soit les points A, B et C non alignés de l'espace $\mathscr{E}$. L'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AM}=\vec{0}$ est :

a) Le plan passant par A et perpendiculaire à (AB) b) La droite (AB) c) $\{A;B\}$.

2) L'ensemble des points M de $\mathscr{E}$ tels que : $(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}).\overrightarrow{AM}=0$ est :

a) le plan (ABC) b) La droite D(a, $\vec{u}$), $\vec{u}=\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ c) (AB).

3) Soit $F(x)=\int_0^{\sin x}\sqrt{1-t^2}\,dt$ définie sur $\left[0\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$, alors :

a) $F'(x)=\sqrt{1-\sin^2 x}$ b) $F'(x)=2\sin x\cos x$ c) $F'(x)=\cos^2 x$.

4) Soit $f(x)=\frac{1}{x\ln x}$, I=[e , e^2] ; la valeur moyenne de f sur I :

a) $\bar{f}=\frac{\ln 2}{e(e-1)}$ b) $\bar{f}=\frac{-1}{e-1}$ c) $\bar{f}=\frac{1}{e-1}$.

Partie II :

Répondre par **vrai** ou **faux** en **justifiant la réponse** :

1) Si f est continue sur [a,b] alors $\bar{f}=\int_a^b|f(x)|dx$.

2) La dérivée de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\ln(2x^2+1)$ égale à $f'(x)=\frac{2}{2x^2+1}$.

3) L'approximation affine de la fonction e^h pour h proche de 0 est h+1.

4) Soit le plan $P:2x-y+z-2=0$ et soit les points A(-2,1,1) et B(2,-1,3) ; alors (AB) $\perp$ P.

Exercice 2 (10points)

I/ Soit f la fonction définie par : $f(x)=\sqrt{\ln^2(x)-1}$.

1) **a)** Étudier le signe de la fonction g(x) = $\ln^2(x)-1$.

b) Déterminer alors le domaine de définition de la fonction f.

2) **a)** Calculer $\lim\limits_{x\to e}\left[\frac{\ln(x)-1}{x-e}\right]$ et $\lim\limits_{x\to\frac{1}{e}}\left[\frac{\ln(x)+1}{x-\frac{1}{e}}\right]$.

b) Étudier la dérivabilité de f à droite en e, en précisant la demi-tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A(e,0)

c) Étudier la dérivabilité d f à gauche en $\frac{1}{e}$ et préciser la demi-tangente à $\mathscr{C}_f$ au point $B(\frac{1}{e},0)$.

3) **a)** Dresser le tableau de variation de f.

b) Étudier les branches infinies à $\mathscr{C}_f$; puis tracer la courbe $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

II/ Soit les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(2-x)(1+e^{x})$ et $g(x)=e^{-x}+x-1$.

1) **a)** Étudier les variations de g. En déduire le signe de g(x).

b) Montrer que $f'(x)=-e^{x}.g(x)$, puis dresser le tableau de variation de f.

2) **a)** Montrer que la droite D :y = –x+2 est une asymptote oblique à $\mathscr{C}_f$.

b) Préciser la position relative de $\mathscr{C}_f$ par rapport à D.

c) Tracer $\mathscr{C}_f$ et D dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3) Soit $m\in\left]-\infty;2\right]$, $\mathscr{A}(m)$ désigne l'aire de la partie du plan limitée par $\mathscr{C}_f$, D ; et les droites d'équations respectives x = 2 et x = m.

Calculer $\mathscr{A}(m)$ en fonction de m. En déduire $\lim\limits_{m\to-\infty}\mathscr{A}(m)$.

4) **a)** Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$.

b) Tracer $\mathscr{C}_{f^{-1}}$ dans le même repère.

c) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par $\mathscr{C}_{f^{-1}}$, D ; et les droites d'équations respectives x = 0 et y = 0.

Exercice 3 (6points)

L'espace $\mathscr{E}$ est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points A(-1,0,1), B(1,4,-1), C(3,-4,-3) et D(4,0,4).

1) **a)** Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

b) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

2) **a)** Calculer $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

b) En déduire une équation du plan (ABC).

3) **a)** Calculer d(O, (AB))

b) Calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre ABCD.

4) Soit $\mathcal{S}$ la sphère de diamètre [AB].

a) Former une équation de $\mathcal{S}$. I est le centre de cette sphère.

b) Soit $\mathcal{P}$ le plan d'équation : x + y – z + 2 = 0.

Calculer d(I, $\mathcal{P}$). I est le centre de la sphère $\mathcal{S}$.

c) Déterminer alors le centre H et le rayon r du cercle $\mathcal{C}$ intersection de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{S}$.

Fin de l'épreuve